УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ВОЛОГДЫ
МУНИЦИПАЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДЕТСКО-ЮНОШЕСКИЙ ЦЕНТР «ЕДИНСТВО»

Рассмотрено на педагогическом совете
МУ ДО ДЮЦ «Единство»
Протокол № 4 от 29.05.2018 года

УТВЕРЖДАЮ
Директор МУ ДО ДЮЦ «Единство»
_____ И.Н.Курина
Приказ №108 от 30.05.2018

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественнонаучной направленности

ОЛИМПИАДНАЯ ИАТЕМАТИКА

Малый курс

Углублённый уровень

Возраст учащихся: 14-17 лет
Срок реализации: 9 месяцев

Автор-составитель:
Смирнов Алексей Иванович,
педагог МУ ДО ДЮЦ «Единство»

Вологда
2018

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Олимпиадная математика – Малый курс» является программой *естественнонаучной направленности*.

Программа разработана в соответствии со следующими нормативными документами:

- Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29 декабря 2012 года №273-ФЗ;
- Концепция развития дополнительного образования детей (утверждена распоряжением Правительства РФ от 04.09.2014г., № 1726-р);
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным образовательным программам (утверждён приказом Минобрнауки РФ от 29.08.2013г., №1008);
- Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы) Письмо Министерства образования и науки России от 18 ноября 2015 года №09-3242
- Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 4 июля 2014 года №41 Об утверждении СанПиН 2.4.4.3172-14 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей».

Актуальность программы

Олимпиадные идеи не изучаются в школьном курсе по ряду причин. Во-первых, преподавание олимпиадной математики требует наличия специалистов высочайшей квалификации, которых в каждом регионе единицы. Во-вторых, далеко не все школьники могут усвоить эти идеи, для усвоения нужны способности и прекрасное владение базовым курсом математики. В-третьих, изучение олимпиадного материала всеми школьниками нецелесообразно и не нужно самим детям, поскольку воспользоваться в реальной жизни полученными знаниями смогут не все (а только те, кто выберет соответствующие профессии). Несмотря на все эти причины, олимпиадная математика, ввиду огромных возможностей по развитию интеллекта школьников, отвоевывает всё больше места в основных общеобразовательных программах. Так в ряде учебников появились сведения по комбинаторике, принцип Дирихле, математическая индукция, системы счисления, логические задачи и многое другое.

В силу вышеизложенных причин гораздо эффективнее изучать олимпиадную математику в учреждениях дополнительного образования.

Цель программы: личностное и интеллектуальное развитие учащихся в процессе освоения нестандартных идей олимпиадной математики.

Задачи:

1. Формировать знания и умения по решению нестандартных математических задач.
2. Развивать навыки логического мышления в процессе решения математических задач.
3. Формировать методологические умения творческого (латерального) мышления в процессе решения математических задач и разработки авторских задач.
4. Развивать социокультурный и личностный смысл усвоения знаний (мировоззрение, смыслы, ценности, убеждения, профориентация).

Отличительные особенности программы

Отличительной особенностью данной программы от уже существующих образовательных программ по математике является наличие классических разделов олимпиадной, нестандартной математики. Содержание программы учитывает потребности математически одаренных детей, для которых очень важно приобщение к нестандартным идеям, работа в коллективе сверстников, увлеченных математикой.

В связи с отсутствием утвержденных Министерством образования и науки программ по математике для учреждений дополнительного образования была взята за основу программа факультативов по математике для школ «За страницами учебника математики», рекомендованная Главным учебно-методическим управлением общего среднего образования Гособразования СССР и опубликованная в сборнике «Программы средней общеобразовательной школы. Факультативные курсы. Сборник №2. Часть 1. Математика. Биология. Химия. М.: Просвещение, 1990.».

Основную часть времени учащиеся решают задачи. Теоретические факты могут быть как открыты учеником на задачном материале, так и объяснены педагогом. После изучения определенной темы (лекции, занятия по решению задач, домашняя подготовка) проводится зачет. В зависимости от успехов обучающихся, а также от участия их в соревнованиях в течение года формируется команда города, участвующая в Российских фестивалях, турнирах юных математиков. Такой способ изучения материала нацеливает детей на более качественное изучение материала и позволяет командам города добиваться успеха на областных, зональных и Российских соревнованиях. Кроме еженедельных занятий обучающиеся (если они входят в состав команды) могут готовиться к соревнованиям на дополнительных занятиях, проводимых перед соответствующими соревнованиями.

Настоящая программа по олимпиадной математике рассчитана только на работу в детском объединении в системе дополнительного образования.

Уровень программы: углублённый

Адресат программы*:* с 14 до 17 лет.

Объем программы по темам дано из расчета 72 тематических часа в год. В случае меньшего количества часов в неделю экономия времени может быть достигнута путем исключения из рассмотрения отдельных тем или с помощью сокращения объема материала внутри тем. Темы курса независимы друг от друга и могут изучаться в любом разумном порядке; объем материала в каждой из них допускает естественное сокращение. Тематическое планирование предусматривает организационные занятия для комплектования групп, входного тестирования.

Срок освоения программы

Один учебный год, 9 месяцев, 36 недель. Программа реализуется в течение календарного года с 1 сентября по 31 мая, включая каникулярное время.

Режим занятий: каждая группа занимается один раз в неделю два часа, занятия по 45 минут.

Формы обучения и виды занятий

Лекции, практические занятия по решению задач, игровые занятия, математические бои, турниры, олимпиады.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ
УЧЕБНЫЙ ПЛАН

72 часа, 2 часа в неделю

№ п/п	Тематический блок	Количество часов		Всего часов	Итоги (форма подведения)
		Теория	Практика		
	ВВЕДЕНИЕ. Организационные занятия (входная диагностика, собеседование, инструктаж по ТБ)		2	2	анкетирование входное тестирование
1.	СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ	4	16	20	зачет
2.	ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	12	14	26	зачет
3.	ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ	2	8	10	зачет
4.	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ		6	6	зачет
5.	РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ	2	4	6	математические бои
6.	Подведение итогов. Рейтинг		2	2	Олимпиады, турниры
	Итого:	20	52	72	

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

72 часа, 2 часа в неделю

№ п/п	Тематический блок	Количество часов		Всего часов
		Теория	Практика	
	ВВЕДЕНИЕ		**2**	**2**
1.	Содержание курса. Входная диагностика, инструктаж по ТБ. Анкетирование		2	2
	1.СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ	**4**	**16**	**20**
2.	Сведения из истории: шестидесятеричная система счисления Древнего Вавилона, возникновение десятичной системы счисления	1	1	2
3.	Римская система счисления, системы счисления других народов	1	1	2
4.	Непозиционные и позиционные системы счисления	1	1	2
5.	Восьмеричная и двоичная системы счисления	0	2	2
6.	Перевод чисел из одной системы счисления в другую	1	1	2
7.	Действия над натуральными числами в различных системах счисления	0	4	4
8.	Свойства записи чисел в системах с различными основаниями	0	2	2
9.	Игры, использующие двоичную систему счисления и систему счисления, основанную на ряде чисел Фибоначчи		2	2
10.	Итоговое занятие: зачёт		2	2
	2.ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	**12**	**14**	**26**
	1. Делимость			
11.	Целые и натуральные числа, определение делимости. Теорема о делении с остатком. Текстовые задачи на делимость. Задачи на свойства делимости «на буквах»	1	1	2

12.	Разбиение на пары. Чередование.Четные и нечетные числа, действия с ними. Четность как инвариант. Разные задачи на чётность	1	1	2
13.	Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел	1	1	2
14.	Решето Эратосфена. НОД и НОК. Алгоритм Евклида, другие способы нахождения НОД	1	1	2
15.	Лемма о разложении единицы. Китайская теорема об остатках. Задачи на простые числа, НОД, НОК.	1	1	2
16.	Основная теорема арифметики (единственность разложения числа на простые множители) Признаки делимости на делители 10^k, 10^k+1, 10^k-1	1	1	2
17.	Задачи и игры с использованием признаков и свойств делимости. Количество и сумма делителей. Совершенные числа. Числа, имеющие нечетное число делителей	1	1	2
	2. Решение уравнений.			
18.	Факториал, его свойства. Делимость факториала на степень простого числа. Целая и дробная часть числа, их свойства	1	1	2
19.	Нерешенная проблема: уравнение x!y!=z!	1	1	2
20.	Целозначные многочлены, задачи на их построение и доказательство	1	1	2
21.	Задачи, решаемые разбиением множества чисел на классы	1	1	2
22.	Теорема о рациональных корнях многочлена, решение задач	1	1	2
23.	Итоговое занятие: зачёт		2	2
	3.ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ	**2**	**8**	**10**
24.	Замечательные точки и линии в треугольнике	2		2
25.	Центр окружности, описанной около треугольника Центр окружности, вписанной в треугольник		2	2
26.	Точка пересечения медиан (центр тяжести треугольника)		2	2
27.	Точка пересечения высот (ортоцентр)		2	2
28.	Итоговое занятие: зачёт		2	2
	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ		**6**	**6**
	РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ	**2**	**4**	**6**
29.	Фольклор. Логические задачи	0	2	2
30.	Графы	2	2	4
	Подведение итогов. Рейтинг		**2**	**2**
	Итого:	**20**	**52**	**72**

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНА

ВВЕДЕНИЕ

Повторение предмета изучения. Проведение анкетирования. Знакомство с техникой безопасности на рабочем месте.

Тема: СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Сведения из истории: шестидесятеричная система счисления Древнего Вавилона, возникновение десятичной системы счисления. Римская система счисления, системы счисления других народов. Непозиционные и позиционные системы счисления. Восьмеричная и двоичная системы счисления. Системы счисления с другими основаниями. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Действия над натуральными числами в различных системах счисления. Свойства записи чисел в системах с различными основаниями. Применение систем счисления: решение задач на взвешивания; игры, использующие двоичную систему счисления; игры, использующие систему счисления, основанную на ряде чисел Фибоначчи.

Тема: ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

1. Делимость.

Целые и натуральные числа, определение делимости. Теорема о делении с остатком. Текстовые задачи на делимость. Задачи на свойства делимости «на буквах». Разбиение на пары. Чередование. Четные и нечетные числа, действия с ними. Четность как инвариант. Разные задачи на чётность. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена. НОД и НОК. Алгоритм Евклида, другие способы нахождения НОД. Лемма о разложении единицы. Китайская теорема об остатках. Задачи на простые числа, НОД, НОК.

Основная теорема арифметики (единственность разложения числа на простые множители). Признаки делимости на делители 10^k, 10^k+1, 10^k-1. Задачи и игры с использованием признаков и свойств делимости. Количество и сумма делителей. Совершенные числа. Числа, имеющие нечетное число делителей.

2. Решение уравнений. Сравнения.

Факториал, его свойства. Делимость факториала на степень простого числа. Целая и дробная часть числа, их свойства. Нерешенная проблема: уравнение x!y!=z!. Целозначные многочлены, задачи на их построение и доказательство. Задачи, решаемые разбиением множества чисел на классы. Теорема о рациональных корнях многочлена, решение задач. Критерий Эйзенштейна, решение задач. Действия с остатками. Понятие о сравнениях, действия с ними. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма (малая). Теорема Вильсона. Решение сравнений. Простейшие диофантовы уравнения (1, 2 степени). Цикличность: повторение последней цифры у степеней какого-либо целого числа. Повторение цифр, чисел в различных ситуациях, предпериод. Длина периода десятичной дроби.

3. Раскраски.

Шахматная раскраска. Полоска. Диагональные раскраски. Кирпичики. Как составить задачу на раскраску. Раскраска пространственных объектов. Разные раскраски. Задача о ящиках и коробках (плоский и пространственный варианты).

4. Специальные вопросы.

Ряды Фарея, их построение. Спектр числа. Разбиения множества натуральных чисел. Алгоритмы представления дроби в виде суммы дробей с числителем 1 (алгоритм Фибоначчи и др.). Числа Фибоначчи, их свойства.

Тема: ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Центр окружности, описанной около треугольника. Центр окружности, вписанной в треугольник. Точка пересечения медиан (центр тяжести треугольника). Точка пересечения высот (ортоцентр).
Прямая Эйлера. Окружность девяти точек. Точка Микеля. Прямая Симсона. Точки Брокара.

Тема: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ
Математические игры (квадрат, пики-фазы и др.). Математический бой. Устная олимпиада.

Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ
1. Фольклор. Логические задачи.
Фольклор: задачи о лампочках, о холодильнике, о переаттестации, о 20 грабителях, задача обхода конем шахматной доски, о ломаной, о долготе и широте, о поезде, о справедливом разделе и др. Круги Эйлера. Логические задачи: правда и ложь, рыцари и лжецы. Логические задачи: метод таблиц. Криптарифмы (ребусы с цифрами). Последовательности, угадывание закономерностей. Решение задач с конца (обратный ход). Подсчет двумя способами. Переправы. Переливания. Взвешивания.
2. Графы.
Изображение данных задачи в виде графа. Решение алгоритмических задач с помощью графов: задачи на переправы, переливания, лифт, перекладывания, считалки. Задача о вычерчивании фигуры без отрыва от бумаги. Эйлеровы графы. Связность, деревья.
3. Углубление школьного курса.
Задачи на проценты. Задачи на движение. Задачи на сравнение чисел. Задачи на построение примера в области арифметики. Магические квадраты, поиск слагаемых по попарным суммам и др.). Общие способы заполнения для магических квадратов с нечетными сторонами и сторонами, кратными четырем.
Таблицы.
4. Разборы олимпиад.
Накопительные олимпиады. Задачи городского лагеря. Уральский турнир. Турнир городов. Конкурс "Кенгуру". Турнир Колмогорова.
Подведение итогов. Рейтинг

ПРОГНОЗИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты

- Умение школьников принимать неочевидные решения, видеть нестандартные ходы как в учебной деятельности, так и в повседневной жизни.
- Значительное опережение сверстников в областях знаний, связанных с математикой.
- Поступление школьников на математические специальности ведущих ВУЗов страны

Метапредметные результаты

- Освоение способов логического и латерального мышления
- Умение эффективно работать над поставленной проблемой в коллективе.
- Способность самостоятельно изучать материал
- Умение планировать свою деятельность
- Способность к самоконтролю

Предметные результаты

- Устойчивый интерес к предмету и к внепрограммному материалу
- Усвоение математического содержания программы
- Наличие определенной культуры при решении математических задач
- Умение составлять олимпиадные математические задачи
- Получение некоторыми школьниками научных результатов
- Успешное выступление школьников на математических соревнованиях
- Умение применять знания в смежных с математикой областях деятельности

КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Материально-техническое обеспечение

Для успешной реализации программы необходимы: помещения, удовлетворяющие требования к образовательному процессу в учреждениях дополнительного образования, кабинет математики, компьютер, принтер и ксерокс для работы педагогов, телефон с выходом на межгород, Интернет, электронная почта, мультимедийная установка.

Кадровое обеспечение

Дополнительную образовательную программу реализуют педагоги дополнительного образования, в качестве которых привлекаются преподаватели и аспиранты Вологодского государственного университета, научные сотрудники ИСЭРТ РАН, учителя высшей квалификационной категории.

Информационное обеспечение

Интернет-ресурсы для подготовки учащихся к олимпиадам

Предмет	Адрес Интернет-ресурса	Примечания
Все	http://olimpiada.ru/	Сайт МИОО: документация по проведению всех олимпиад, графики проведения
Все	http://olymp.mioo.ru/	Сайт МИОО: подготовка обучающихся к олимпиадам по всем предметам
Математика	http://www.zaba.ru/	Задания зарубежных национальных олимпиад
Математика	http://www.develop-kinder.com/client/forumsuhoi/zadachi-all-10.html	Задания интернет-олимпиады «Сократ»
Математика	http://www.math-on-line.com/olympiada-edu/zadachi-olympiada-math.html	Как готовиться к олимпиадам. Нестандартные математические задачи на логику и смекалку.
Математика	http://www.internat18.ru/exams/olimpiad.html	Коллекция ссылок на сайты с олимпиадными задачами
Математика	http://intelmath.narod.ru/problems.html	Задачи различных математических олимпиад, в т.ч. открытых
Математика	http://kiloherz.ru/problems	Подготовка к олимпиадам. Межвузовские олимпиады
Математика	http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/1040fa23-ac04-b94b-4a41-bd93fbf0d55a/	Олимпиадные задачи по всем разделам математики
Математика	http://www.allmath.ru/olimpschool1.htm	Все задачи Всесоюзных олимпиад

ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ

Учащиеся должны знать содержание олимпиадных идей, изученных на занятиях, и уметь применять их при решении задач. Проверкой результативности являются олимпиада и другие математические соревнования, а также достижения школьников, полученные ими в ходе научной деятельности. При этом успешность обучения определяется не местом, занятым школьником на олимпиаде, а числом решенных им задач и сложностью самих задач. Два раза в год в ходе промежуточной и итоговой аттестации осуществляется мониторинг результатов обучения и личностного развития в ходе освоения дополнительной образовательной программы.

В качестве поощрения для наиболее успешно занимающихся школьников используются награждения по результатам их олимпиадной деятельности в течение года, поездки в лагеря и на сборы, на соревнования за пределы города и области, обеспечение необходимой литературой.

Мониторинг результативности обучения
по дополнительной образовательной программе

Ожидаемый результат	Параметры	Критерии	Методы отслеживания
Умение школьников принимать неочевидные решения, видеть нестандартные ходы как в учебной деятельности, так и в повседневной жизни.	Изобретение школьниками способов решение проблем по красоте превосходящих авторские (общепринятые	Статистика и красота, оригинальность таких решений	Анализ разрозненной информации
		Количество человек, отмечающих изменения, произошедшие в ребенке	Педагогический консилиум
Значительное опережение сверстников в областях знаний, связанных с математикой.	Наличие обращений за помощью по предмету со стороны старших школьников и студентов к кружковцам	Количество обращений	Наблюдения учителей, беседа
	Успешность выступлений на соревнованиях	Количество побед на математических соревнованиях за более старшие классы (возрастные группы)	Анализ результатов соревнований
Умение эффективно работать над поставленной проблемой в коллективе.	Соотношение коллективного и индивидуальных результатов	Наличие и адекватность распределения ролей в коллективе в ходе совместного решения проблем	Наблюдение Беседа Эксперимент
		Сравнение коллективного и суммы личных результатов	
	Изменения круга общения ребенка	Рост количества друзей среди членов кружка	Социометрия Анкетирование Наблюдение Эксперимент
		Исчезновение барьеров общения по разным признакам	
Устойчивый интерес к предмету и к внепрограммному материалу	Место учебного предмета в жизни ребенка	Длительность и частота (интенсивность) занятий математикой вне школы и кружка «в свое удовольствие»	Беседа с родителями Наблюдение
	Обращение к педагогу по вопросам содержания, непосредственно не связанным с изучаемым материалом	Количество обращений	Статистика (беседы при личной встрече, по телефону, e-mail)
		Характер вопросов и сообщений, глубина заинтересованности	
Способность самостоятельно изучать материал	Наличие умения самостоятельно изучать трудные или значительные по объему темы	Степень самостоятельности (участие педагога)	Самоанализ Беседа Проверка письменных работ
		Качество усвоения	
Умение планировать свою деятельность	Развитие навыков планирования	Количество усвоенных компонент (построение сложных планов, учет взаимосвязей при «распараллеливании работы)	Наблюдение Эксперимент Беседа с родителями
	Умение распределять нагрузку по времени	Степень равномерности распределения нагрузки	
Способность к самоконтролю	Умение контролировать ход выполнения работ, требующих длительного времени	Эффективность и результативность контроля	Наблюдение Эксперимент Беседа с родителями
Умение составлять олимпиадные матема-	Успешность ребенка как «математического	Уровень сложности задач	беседа
		Количество задач в год	

тические задачи	композитора»	Красота идей	
Получение некоторыми школьниками научных результатов	Успешность исследовательской деятельности	Спонтанность	Наблюдение Беседа Отчеты детей чтение, анализ
		Результативность	
		Широта областей исследования	
		Глубина исследования	
	Самостоятельность при получении результатов	Степень участия руководителя	Оценка эксперта Беседа с ребенком и руководителем
	Новизна результатов	Наличие опубликованных работ с теми же результатами у других авторов: если «да» - то степень известности результатов для школьника	Переписка Работа с источниками
	Научная значимость результатов	Представляет ли интерес в научных кругах	Переписка
	Массовость	Количество школьников, занимающихся научной деятельностью	Анализ информации от детей, из школ
Успешное выступление школьников на математических соревнованиях	Рост успехов школьников (каждого в отдельности) и статистика по учебной группе	Сравнение уровня соревнований, набранных балов, дипломов, мест	Анализ результатов соревнований
Поступление школьников на математические специальности ведущих ВУЗов страны	Наличие высокого процента школьников, поступивших на математические специальности ведущих ВУЗов страны	Статистика по ВУЗам	Анализ достаточно разрозненных сведений из бесед с детьми, их родителями и учителями
		Статистика по профилю обучения	
	Наличие учеников для которых математика стала профессией	Да/нет, если «да» то список	
			Анализ журналов
Усвоение математического содержания программы	Глубина усвоения математических знаний	% материала, который ребенок запомнил	Эксперимент (проверочная работа)
			Беседа
	Широта применения математических знаний	Количество и значимость параметров задачи, при изменении которых школьник умеет ее решать	Эксперимент (проверочная работа)
			Беседа
Наличие определенной культуры при решении математических задач	Умение понятно излагать свои мысли как устно, так и письменно	Отсутствие неверно понятых рассуждений сверстниками и взрослыми	Наблюдение
			Сравнение результатов на соревнованиях до и после апелляции с последующим выяснение причины в беседе с ребенком
			Беседа с командами по окончании командных соревнований
	Отсутствие логических ошибок в рассуждениях	Расширение набора схем рассуждений, выполняемых без логических ошибок	Наблюдение
			Проверка письменных работ
	Умение алгоритмизировать процесс поиска решения	Увеличение числа известных школьнику алгоритмов поиска решения	Наблюдение
			Беседа
			Проверка письмен-

			ных работ
		Результативность применения алгоритмов поиска решения	Наблюдение
			Беседа
			Проверка письменных работ
Умение применять знания в смежных с математикой областях деятельности	Улучшение успеваемости, успехов на соревнованиях в смежных с математикой областях	Корелляция между успешностью занятий олимпиадной математикой и успешностью занятий математикой и естественнонаучными дисциплинами (победы в соревнованиях, успеваемость)	Анализ достаточно разрозненных сведений из бесед с детьми, их родителями и учителями
			Анализ статистических таблиц участия в соревнованиях

Личная карта учащегося

(заполняется педагогом как дневник наблюдений)

Ф.И. учащегося_____

Параметры	Критерии	**1-е полугодие**	**2-е полугодие**
Изобретение способов решения проблем по красоте превосходящих авторские (общепринятые)	Статистика и красота, оригинальность таких решений		
	Количество человек, отмечающих изменения, произошедшие в ребенке		
Наличие обращений за помощью по предмету со стороны старших школьников и студентов к воспитаннику	Количество обращений		
Успешность выступлений на соревнованиях	Количество побед на математических соревнованиях за более старшие классы (возрастные группы)		
Соотношение коллективного и индивидуальных результатов	Наличие и адекватность распределения ролей в коллективе в ходе совместного решения проблем		
	Сравнение коллективного и суммы личных результатов		
Изменения круга общения воспитанника	Рост количества друзей среди членов творческого объединения		
	Исчезновение барьеров общения по разным признакам		
Место учебного предмета в жизни воспитанника	Длительность и частота (интенсивность) занятий математикой вне школы и объединения «в свое удовольствие»		
Обращение к педагогу по вопросам содержания, непосредственно не связанным с изучаемым материалом	Количество обращений		
	Характер вопросов и сообщений, глубина заинтересованности		
Наличие умения самостоятельно изучать трудные или значительные по объему темы	Степень самостоятельности (участие педагога)		
	Качество усвоения		
Развитие навыков планирования	Количество усвоенных компонентов (построение сложных планов, учет взаимосвязей при «распараллеливании работы»)		
Умение распределять нагрузку по времени	Степень равномерности распределения нагрузки		
Умение контролировать ход выполнения работ, требующих длительного времени	Эффективность и результативность контроля		
Успешность ребенка как	Уровень сложности задач		

«математического композитора»	Количество задач в год		
	Красота идей		
Успешность исследовательской деятельности	Спонтанность		
	Результативность		
	Широта областей исследования		
	Глубина исследования		
Самостоятельность при получении результатов	Степень участия руководителя		
Новизна результатов	Наличие опубликованных работ с теми же результатами у других авторов: если «да» - то степень известности результатов для воспитанника		
Научная значимость результатов	Представляет ли интерес в научных кругах		
Массовость	Количество школьников, занимающихся научной деятельностью		
Рост успехов воспитанника	Сравнение уровня соревнований, набранных балов, дипломов, мест		
Наличие высокого процента школьников, поступивших на математические специальности ведущих ВУЗов страны	Статистика по ВУЗам		
	Статистика по профилю обучения		
Наличие учеников, для которых математика стала профессией	Да/нет, если «да» то список		
Улучшение успеваемости по математическим дисциплинам	Изменения в текущей, срезовой и итоговой успеваемости		
Глубина усвоения математических знаний	% материала, который ребенок запомнил		
Широта применения математических знаний	Количество и значимость параметров задачи, при изменении которых школьник умеет ее решать		
Умение понятно излагать свои мысли как устно, так и письменно	Отсутствие неверно понятых рассуждений сверстниками и взрослыми		
Отсутствие логических ошибок в рассуждениях	Расширение набора схем рассуждений, выполняемых без логических ошибок		
Умение алгоритмизировать процесс поиска решения	Увеличение числа известных школьнику алгоритмов поиска решения		
	Результативность применения алгоритмов поиска решения		
Улучшение успеваемости, успехов на соревнованиях в смежных с математикой областях	Корреляция между успешностью занятий олимпиадной математикой и успешностью занятий математикой и естественнонаучными дисциплинами (победы в соревнованиях, успеваемость)		

Примерные задания для итоговой аттестации учащихся

1. Можно ли расставить числа 1, 2, …, 33, 34 в вершинах и на серединах правильного 17-угольника таким образом, чтобы сумма трех чисел на каждой стороне была одной и той же?
2. По прямой летят с равными скоростями 10 одинаковых шариков: 5 слева и 5 справа. После столкновения шарики с теми же скоростями летят в противоположные стороны. Сколько столкновений произошло?
3. В каждой клетке бесконечного листа клетчатой бумаги записано число. Доказать, что в некоторой клетке записано число, которое не больше четырёх из восьми своих соседей.

4. Можно ли расположить числа от 1 до 25, взятые по одному разу, в строку так, чтобы при вычеркивании любых 19 из них остальные 6 не располагались ни в порядке возрастания, ни в порядке убывания?
5. На шахматной доске 4 х 4 расположена фигура – «летучая ладья», которая ходит так же, как обычная ладья, но не может за один ход стать на поле, соседнее с предыдущим. Может ли она за 16 ходов обойти всю доску, становясь на каждое поле по разу, и вернутся в исходное поле?
6. Три мухи в полдень сели на секундную, минутную и часовую стрелки часов и поехали на них. Когда какая-то стрелка обгоняла другую, сидящие на этих на этих стрелках мухи менялись местами (а если бы секундная стрелка обогнала часовую и минутную стрелки одновременно, то местами поменялись бы мухи с секундной и часовой). Сколько кругов проехала каждая из мух до полуночи?
7. Торт имеет форму прямоугольного параллелепипеда, верхняя грань которого – квадрат. Верх и бока торта равномерно покрыты глазурью. Разделите торт на 5 частей, чтобы все части содержали поровну и торта, и глазури.
8. Произведение пяти чисел не равно нулю. Каждое из этих чисел уменьшили на единицу, при этом их произведение не изменилось. Приведите пример таких чисел.
9. Можно ли в коробке со сторонами 50, 50 и 120 см расположить 25 кирпичей со сторонами 10, 30 и 40 см?
10. Соедините вершины квадрата со стороной 4 набором отрезков, суммарная длина которых меньше 11.
11. После перестановки цифр натуральное число уменьшилось в 3 раза. Докажите, что оно делилось на 27.
12. Можно ли на плоскости взять 10 точек так, чтобы любые три из них были вершинами тупоугольного треугольника?

Критерии оценки выполнения аттестационных заданий

1. На итоговую аттестацию учащийся получает вариант заданий, состоящий из 4-5 задач. Решение каждой задачи оценивается от 0 до 7 баллов. Учащийся получает оценку «зачёт-отлично», если набирает балл выше половины от максимально возможного балла; оценку «зачёт-хорошо», если набирает выше 25%, но не выше 50% от максимально возможного балла; оценку «зачёт-удовлетворительно», если набирает выше 10%, но не выше 25% от максимально возможного балла; оценку «незачёт», если набирает не выше 10% от максимально возможного балла.
2. Учащиеся, имеющие успехи на финалах (заключительных этапах) соревнований школьников Всероссийского и/или международного уровня по математике (дипломы победителя, призёра, 1, 2, 3 степени, грамоты, похвальные отзывы, благодарности, специальные призы), получают на итоговой аттестации оценку «отлично».

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПРОЕКТНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ

1. Критерии предварительной оценки (от 0 до 22 баллов)

1.1. Новизна, актуальность работы, самостоятельность (от 0 до 10 баллов).
* Наличие в работе результатов, полученных самостоятельно (несмотря на то, что они могут быть известны в науке ранее). Ценность таких результатов. *Результаты, полученные самостоятельно, отмечены автором в тексте работы.*
*Степень общеизвестности сведений, которыми пользовался автор работы (выход за рамки школьной программы).
* Анализ, сравнение, сопоставление уже известных научных фактов, их переоценка.
* Новое решение известной задачи, изменение эксперимента и др.
* Работа имеет практическое значение.
* Работа имеет теоретическое значение.
* Работа может быть опубликована в сборниках научных работ.

1.2. Объем проделанной работы, (от 0 до 5 баллов).
* Объём проделанной работы - это количество действий, совершенных автором работы в процессе ее выполнения (количество и сложность полученных фактов и т.п.).

* Количество проанализированных источников информации (не менее пяти).
* Обработка большого количества данных.
* Освоение методов исследования.

Объем проделанной работы оценивается в сравнении с другими работами данной секции (к объему проделанной работы не имеет отношения количество страниц в работе).

1.3. Достоверность результатов (от 0 до 2 баллов).
* Отсутствие ошибочных результатов (соблюдение методики и требований статистики)
* Использование неверных фактов, неточных формулировок, искажение научных фактов.
* Использование неверных методов получения результата.

1.4. Культура оформления работы (от 0 до 3 баллов).
* Соответствие требованиям по оформлению (титульный лист, ограничение по количеству страниц, оглавление, нумерация страниц, шрифт, выравнивание текста, поля, сноски, заголовки, список источников информации, оформление приложений, подписанные формулы, рисунки, таблицы, схемы и т.п.).
* Правильное структурирование работы, соответствие текста работы оглавлению.
* Опечатки.
* Небрежный набор текста (после сканирования или копирования из Интернет-источника в тексте остаются специфические символы).
*Научный стиль изложения, отсутствие грамматических и орфографических ошибок.

1.5. Наглядность (от 0 до 2 баллов).
* Наличие схем, графиков, таблиц, рисунков, фотографий и т.п. (в тексте работы или в приложениях).
* Качество наглядных материалов.

2. Критерии оценки устного выступления (от 0 до 12 баллов).

2.1. Степень владения содержанием доклада (от 0 до 3 баллов).
* Использование текста доклада: выступление без опоры на текст доклада, или обращение к тексту в отдельных случаях, или зачитывание текста и т.п.
* Отсутствие неверных утверждений, ошибок, оговорок в ходе доклада и в процессе ответов на вопросы.
* Умение говорить об одном и том же используемом понятии разными (синонимичными) фразами.

2.2. Четкость, последовательность выступления (от 0 до 2 баллов).
* Представление автора и названия работы.
* Логика изложения материала.
* Наличие аргументированной точки зрения автора, оценка перспектив исследования.
* Научный стиль изложения.

2.3. Эрудированность автора в рассматриваемой области (от 0 до 2 баллов).
* Уровень знакомства автора с современным состоянием проблемы.
* Качество анализа источников информации.
* Логичность и оригинальность выводов.

2.4. Ответы на вопросы (от 0 до 2 баллов).
* Правильность ответов (правильные, развёрнутые, отсутствуют, неправильные).
* Уверенность в ответах.

2.5. Соблюдение регламента (от 0 до 1 баллов).
* Контроль времени

2.6. Наглядность (от 0 до 2 баллов).
* Способ подачи наглядных материалов.
* Качество подачи наглядных материалов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Авторские методические материалы см. ПРИЛОЖЕНИЕ

Смирнов А.И. Подготовка к математическим соревнованиям//Методическое пособие для педагогов и учащихся. ДЮЦ «Единство»2016

Смирнов А.И. Олимпиадная математика //Сборник задач. ДЮЦ «Единство»2016

Организационная структура творческого объединения

Реализация программы предполагает наличие определенной структуры организации деятельности, которая включает основные и специализированные группы.

Основная группа. Набор в группу проводится ежегодно в начале сентября. Состав группы 10 — 15 человек. Занятия проходят по очной форме обучения 2 раза в неделю по 2 часа. При поступлении, с целью определения уровня математической подготовки, школьниками выполняется вступительное задание (входное тестирование). После выполнения вступительного задания, учащиеся совместно с педагогом составляют индивидуальную траекторию освоения программы.

Специализированная группа. Контингент специализированных групп формируется из обучающихся основных групп для усиленной подготовки к участию в математических соревнованиях. Состав каждой группы 5 – 10 человек разного возраста, формируется с учетом рейтинга обучающихся.

Ведение рейтингового протокола

Оценка успешности каждого ученика осуществляется через ведение рейтингового протокола, который является наиболее адекватным средством, поддерживающим деятельностный подход к учебному процессу во всех звеньях: потребность - мотивы - цель – условия – средства – действия – операции. Рейтинговая система отбора помогает организовать деятельность обучающихся так, чтобы оптимально использовать индивидуальные качества личности. Это достигается путем резкого расширения поля возможных учебных действий учащегося, предложенной ему возможности выбора, осуществления собственной стратегии деятельности при изучении конкретной темы.

Основные принципы рейтинговой системы:

- независимость от характера межличностных отношений педагога и ученика;
- незнание не наказывается, стимулируется только прогресс в знаниях (исключен элемент страха);
- учащиеся сами выбирают стратегию своей деятельности;
- весовые оценки предполагаемой деятельности заранее определены, то есть между педагогом и учеником заключается контракт: педагог, с одной стороны, обязуется обеспечить ученика разнообразной деятельностью, направленной на достижение глобальной цели, а учащийся, с другой стороны, обязуется участвовать в этой деятельности так, чтобы можно было бы определить его рейтинг по заранее подготовленному алгоритму;
- при достижении определенной рейтинговой суммы ученик может претендовать на участие в олимпиадах, турнирах, фестивалях разных уровней.

Формы оценки полученных знаний и навыков:

1. Зачеты. По окончании каждой темы во всех учебных группах проводятся зачёты. Их целью становится не столько определение уровня освоения знаний, сколько повторение и закрепление пройденного материала. Варианты зачётной оценки по принципу накопления баллов (от 0 до 10).

2. Участие в математических боях, олимпиадах, фестивалях, турнирах разного уровня является проверкой не только полученных теоретических знаний, но и их практического осмысления.

3. Конференции исследовательских работ позволяют оценить эффективность и степень освоения материала по исследовательской деятельности. Представление исследовательских работ допускается в форме стендового доклада или презентации. Эта форма отчётности способствует формированию у обучающихся ответственности за выполнение работы, логики мышления, умения говорить перед аудиторией, отстаивать своё мнение, правильно использовать необходимую научную терминологию, корректно и грамотно вести дискуссию.

Система мотивирования учащихся к активной деятельности

- Рейтинговая система оценки достижений.
- Нетрадиционные формы проведения занятий(олимпиады, турниры, бои и т.п.).
- Возможности подготовки поступления в ВУЗ, сдачи ЕГЭ, профориентации.
- Система поощрений (грамоты, дипломы, участие в Слете, турнирах, пополнение Портфолио и др.).

В течение года учащиеся творческого объединения принимают участие в математических соревнованиях разного уровня.

КАЛЕНДАРЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СОРЕВНОВАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ВОЛОГДЫ

Местная компонента	
Городская накопительная олимпиада школьников по математике	в течение года
Городской турнир математических боёв	в течение года
Участие в товарищеских математических боях(область)	в течение года
Математические творческие объединения на базе школ и ДЮЦ «Единство»	в течение года
Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	октябрь – ноябрь
Городской математический лагерь с дневным пребыванием на базе ДЮЦ «Единство» (подготовка к городской олимпиаде)	осенние каникулы
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	ноябрь – декабрь
Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	начало января
Дистанционный и региональный этап Международной математической олимпиады Эйлера	Январь-февраль
Зимняя олимпиада по программированию	январь
Городской математический лагерь с дневным пребыванием на базе ДЮЦ «Единство» (подготовка к областной олимпиаде)	февраль
Региональный Северный математический турнир	февраль
Городской математический лагерь с дневным пребыванием на базе ДЮЦ «Единство» (отбор городских команд на Южный математический турнир и Российский Фестиваль Юных математиков)	июнь – июль
Городской слёт старшеклассников «Интеллект» на базе загородного лагеря «Единство» (отбор городских команд на Южный математический турнир и Российский Фестиваль Юных математиков)	август
Всероссийская компонента	
Южный математический турнир	сентябрь
Российский Фестиваль Юных математиков	1-я половина октября
Осенний тур турнира городов	2-я половина

	октября
Всероссийская командная олимпиада школьников по информатике и программированию в Центральном регионе России и Санкт-Петербурге	октябрь- декабрь
Международный командно-личный турнир школьников "Математическое многоборье" г. Москва.	ноябрь
Заключительный этап математической олимпиады Л.Эйлера Санкт-Петербург	декабрь
Математический тест готовности к продолжению образования «Кенгуру выпускникам»	январь-февраль
Весенний тур турнира городов	конец февраля - начало марта
Международный математический конкурс-игра «Кенгуру»	середина марта
Всероссийский игровой конкурс «КИТ – компьютеры, информатика, технологии»	ноябрь-декабрь
Олимпиады Института точной механики и оптики Санкт-Петербург	март
Федеральный окружной этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	март
Заключительный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	середина апреля
Российский математический фестиваль «Золотое Руно»	конец мая – начало июня
Краснодарская летняя математическая школа	конец июня – начало июля
Санкт-Петербургская летняя математическая школа	август

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ И ПЕДАГОГОВ

I. АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА

1. Бугаенко В.О. Уравнения Пелля. М.:МЦНМО, 2001. 32 стр.
2. Колосов В.А. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики. М.: Гелиос АРВ, 2001. 256 стр.
3. Олимпиады. Алгебра. Комбинаторика. Новосибирск, 1979. 176 стр.
4. Прасолов В.В. Многочлены. М.:МЦНМО, 2003. 336 стр.
5. Черемушкин А.В.Лекции по арифметическим алгоритмам в криптографии. М.:МЦНМО, 2002. 104 стр.
6. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. М.:Наука, 1976. 384 стр.
7. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. М.:Физматлит, 2001. 480 стр.

II. ГЕОМЕТРИЯ, КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. М.:МЦНМО, 2003. 56 стр.
2. Заславский А.А. Геометрические преобразования. М.:МЦНМО, 2003. 84 стр.
3. Мякишев А.Г.Элементы геометрии треугольника. М.:МЦНМО, 2002. 32 стр.
4. Мительман И.М. Раскрасим клетчатую доску. Ижевск, 2002. 56 стр.
5. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. М.: 2002.
6. Екимова М.А., Кукин Г.П.. Задачи на разрезание. М.:МЦНМО, 2002. 120 стр.

III. ГРАФЫ

1. Оре. О. Теория графов. М.:Наука, 1980. 336 стр.
2. Харари.Ф. Теория графов. М., 2003. 296 стр.
3. Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы. М.:Мир, 2002. 335 стр.

IV. СБОРНИКИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

1. LXV Московская математическая олимпиада. М.:МЦНМО, 2002. 24 стр.
2. LXVI Московская математическая олимпиада. М.:МЦНМО, 2003. 24 стр.
3. Бугаенко В.О.Турниры им. Ломоносова. М.:МЦНМО, 1998. 160 стр.
4. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике. СПб.:Невский диалект, 2002. 192 стр.
5. Заочные математические олимпиады. М.:Наука, 1981. 128 стр.
6. Российские математические олимпиады школьников. Ростов-на-Дону:Феникс, 1996. 640 стр.
7. Школьные математические олимпиады. М.: ДРОФА, 2002. 128 стр.
8. Физико-математические олимпиады. М.:Знание, 1977. 160 стр.

V. СБОРНИКИ, СОДЕРЖАЩИЕ ОБЩЕИЗВЕСТНЫЕ ИДЕИ

1. Батуров Д.П., Ноздрин А.И. Как научиться решать задачи по математике. Орел, 2002. 48 стр.
2. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. Киров: АСА, 1994. 272 стр.
3. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.:МЦНМО, 2001. 96 стр.
4. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К., Васильев Н.Б. Подготовительные задачи к LVII Московской математической олимпиаде1994 года для 8-11 классов. М., 1994. 76 стр.
5. Мерзляков А.С. Четность и аналоги четности. Ижевск, 2002. 51 стр.

5. VI. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ КРУЖКОВ

1. Акимова С. Занимательная математика.-Санкт-Петербург: Тригон, 1997.-608 с.
2. Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад.- М.:Просвещение, 1965.-46с.
3. Балк М.Б., Балк Г.Д. Математика после уроков: Пособие для учителей. -М.: Просвещение, 1971.- 462 с.
4. Бангерт Т., Старостенко А. Устами младенца//Математика.-2001.-№45.-с.31-32
5. Бахтина Т. П..Математимакон 7: Готовимся к олимпиадам, турнирам и математическим боям: Пособие для учащихся общеобразовательных школ, гимназий.- Мн.:Аверсэв, 2004.-253 с
6. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки.- Киров:"Аса", 1994.-272 с.
7. Гусев В.А. и др. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах: Книга для учителя.- М.:Просвещение, 1984.-286 с.
8. Задачи для внеклассной работы по математике в 5-6 классах: Пособие для учителей/Сост. В.Ю.Сафонова.-М.:МИРОС, 1993.-72с.
9. Злотин С. Новое соревнование "Математический биатлон".//Математика. 2006.-№15 .-с 25-26
10. Игнатьев Е.И.В царстве смекалки.-М.:Наука, 1982.-265 с.
11. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи.-М.: МЦНМО, 2004. -96 с.
12. Козлова Е.Г.Сказки и подсказки. М.:МИРОС, 1994. 128 стр.
13. Коршунова О.Р., Лущекина О.Б.Марафон 2005//Математика. -2005.-№8.-с.2-5
14. Лешан А.А.Сборик задач московских математических олимпиад.-М.:Просвещение, 1965.-265 с.
15. Лоповок Л.М. Математика на доске: Книга для учащихся среднего школьного возраста.-М.:Просвещение, 1981.-158 с.
16. Математика: Интеллектуальные марафоны, турниры, бои: 5-11 класс:Книга для учителя. М.:Первое сентября, 2003. 256 с.
17. Мерзляков. А.С. Математика. Факультативный курс. Ижевск, 2002. 318 стр.
18. Нестеренко Ю.в., Олехник С.Н., Потапов М.К. Лучшие задачи на смекалку.- М.:Научно-технический центр"Университеский" : АСТ-ПРЕСС, 1999-304 с.
19. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи.- М.:Дрофа, 2002.-176 с.
20. Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. М.:Просвещение, 2002. 207 стр.
21. Чулков П.В. Математика. Школьные олимпиады. 5-6 класс. М., 2003. 88 стр.
22. Шарыгин И. Математический винегрет.-М.:Орион, 1991.-106с.
23. Шарыгин И.Ф. Математика:Задачи на смекалку:Учебное пособие для 5-6 классов. общеобразовательных учреждений.-М.:Просвещение, 2001. -95 с.
24. Шейнина О.С., Соловьева Г.М. Математика. Занятия школьного кружка. 5-6 класс. М., 2003. 208 стр.
25. Шуба М.Ю.Занимательные задания в обучении математике:Книга для учителя.- М.:Просвещение, 1995.-222 с.
26. Щетников А. Похвальное слово Пифагору//Математика.-2006.-№19-с.21-22
27. Ященко И.В. Приглашение на математический праздник.- М.:МЦНМО, 2005.-104 с.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Название программы_____Олимпиадная математика_____
ФИО педагога_____Смирнов Алексей Иванович_____
Учебный год_____
Продолжительность обучения_____9 месяцев_____
Количество часов в год_____72_____
Количество учебных недель_____36_____
Количество часов в неделю_____2_____
№ группы_____
Расписание занятий_____ _____
Праздничные дни
1,2,3,4,5,6,7,8 января, 23 февраля, 8 марта, 1 мая, 9 мая, 4 ноября
Промежуточная аттестация декабрь
Итоговая аттестация май

Дата	№ п/п	Тематический блок	Количество часов		Всего часов
			Теория	Практика	
		ВВЕДЕНИЕ		**2**	**2**
	1	Содержание курса. Входная диагностика, инструктаж по ТБ. Анкетирование		2	2
		1.СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ	**4**	**16**	**20**
	2	Сведения из истории: шестидесятеричная система счисления Древнего Вавилона, возникновение десятичной системы счисления	1	1	2
	3	Римская система счисления, системы счисления других народов	1	1	2
	4	Непозиционные и позиционные системы счисления	1	1	2
	5	Восьмеричная и двоичная системы счисления		2	2
	6	Перевод чисел из одной системы счисления в другую	1	1	2
	7-8	Действия над натуральными числами в различных системах счисления		4	4
	9	Свойства записи чисел в системах с различными основаниями		2	2
	10	Игры, использующие двоичную систему счисления и систему счисления, основанную на ряде чисел Фибоначчи		2	2
	11	Итоговое занятие: зачёт		2	2
		2.ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ	**12**	**14**	**26**
		1. Делимость			
	12	Целые и натуральные числа, определение делимости. Теорема о делении с остатком. Текстовые задачи на делимость. Задачи на свойства делимости «на буквах»	1	1	2
	13	Разбиение на пары. Чередование.Четные и нечетные числа, действия с ними. Четность как	1	1	2

		инвариант. Разные задачи на чётность			
	14	Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел *Промежуточная аттестация*	1	1	2
	15	Решето Эратосфена. НОД и НОК. Алгоритм Евклида, другие способы нахождения НОД	1	1	2
	16	Лемма о разложении единицы. Китайская теорема об остатках. Задачи на простые числа, НОД, НОК.	1	1	2
	17	Основная теорема арифметики (единственность разложения числа на простые множители) Признаки делимости на делители 10^k, 10^k+1, 10^k-1	1	1	2
	18	Задачи и игры с использованием признаков и свойств делимости. Количество и сумма делителей. Совершенные числа. Числа, имеющие нечетное число делителей	1	1	2
		2. Решение уравнений.			
	19	Факториал, его свойства. Делимость факториала на степень простого числа. Целая и дробная часть числа, их свойства	1	1	2
	20	Нерешенная проблема: уравнение x!y!=z!	1	1	2
	21	Целозначные многочлены, задачи на их построение и доказательство	1	1	2
	22	Задачи, решаемые разбиением множества чисел на классы	1	1	2
	23	Теорема о рациональных корнях многочлена, решение задач	1	1	2
	24	Итоговое занятие: зачёт		2	2
		3.ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ	**2**	**8**	**10**
	25	Замечательные точки и линии в треугольнике	2		2
	26	Центр окружности, описанной около треугольника Центр окружности, вписанной в треугольник		2	2
	27	Точка пересечения медиан (центр тяжести треугольника)		2	2
	28	Точка пересечения высот (ортоцентр)		2	2
	29	Итоговое занятие: зачёт		2	2
	30-32	**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ**		**6**	**6**
		РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ	**2**	**4**	**6**
	33	Фольклор. Логические задачи	0	2	2
	34-35	Графы	2	2	4
	36	**Итоговая аттестация. Подведение итогов. Рейтинг**		**2**	**2**
		Итого:	**20**	**52**	**72**

График математических соревнований и массовых мероприятий

Название мероприятия	Сроки

ПРИЛОЖЕНИЕ
Муниципальное учреждение дополнительного образования
Детско-юношеский центр "ЕДИНСТВО"

А.И.Смирнов

ПОДГОТОВКА К МАТЕМАТИЧЕСКИМ СОРЕВНОВАНИЯМ

Методическое пособие
для педагогов и учащихся

Рекомендовано к печати:
Методическим советом МУ ДО ДЮЦ «Единство» 28.10.2016 г.

Автор – *А.И.Смирнов* – педагог дополнительного образования МУ ДО ДЮЦ «Единство»

Рецензенты:
Губа В.С., доктор физико-математических наук, профессор ВГПУ.
Блинова А.С., методист ГОУ ДПО «Вологодский институт развития образования»

Редактор: Карпунина В.А., старший методист МУ ДО ДЮЦ «Единство»

Настоящее пособие рассматривает вопросы организации подготовки школьников к математическим олимпиадам, турнирам, конкурсам. Содержит подборку задач математических олимпиад. Предназначено для школьников интересующихся математикой, педагогов дополнительного образования, учителей. В материалах пособия собран и обобщен опыт работы со старшеклассниками в МУ ДО ДЮЦ «Единство».

ВВЕДЕНИЕ

Литература, используемая педагогами и учащимися при подготовке к математическим соревнованиям, при наличии большой базы задач чаще всего имеет один из двух недостатков: или охватывает небольшую часть тем (идей), или не содержит подробной классификации и описания идей, используемых в решении задач. В результате сведения, необходимые для успешного выступления на соревнованиях, с большим трудом проникают в школы. И педагоги, и школьники для сколько-нибудь значительного расширения сведений в данной области вынуждены просматривать десятки сборников. Настоящая книга написана с целью упростить получение начальных сведений всеми заинтересованными участниками олимпиадного движения.

В первой главе рассматривается ряд общих вопросов, связанных с подготовкой и проведением математических соревнований. Мы расскажем о наиболее значительных результатах вологодских школьников и о системе работы со школьниками, позволяющей

добиваться таких результатов, а также предложим свои советы участникам математических соревнований и их наставникам.

Вторая глава содержит очень подробную классификацию задач, значительная часть которых – с решениями или указаниями. Примерно половина задач – математический фольклор, т. е. такие задачи, авторство которых неизвестно и которые может придумать любой руководитель математического кружка. Другая половина взята из различных сборников задач (см. список литературы) и интернет-источников (www.problems.ru, www.zaba.ru и др.) Некоторые задачи (№№ 142-144, 148, 163, 164, 247, 260, 286, 583, 618, 622, 743, 745, 798, 913, 954, 971 и др.) придуманы автором.

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ

§1. Об олимпиадном движении

История проведения математических соревнований начинается в глубокой древности. Математические олимпиады в традиционной форме появляются в Венгрии в конце 19 века, в России - в 1930-е годы. В конце 1960-х проводятся первые математические бои. В настоящее время организуется огромное количество математических соревнований. Важнейшими формами их проведения являются:

* личная письменная олимпиада (из одного или нескольких туров, с немедленной или отложенной проверкой) – традиционная форма;
* личная устная олимпиада (один тур, с немедленной проверкой);
* командная письменная олимпиада (один тур, с немедленной проверкой);
* личный математический тест;
* турнир математических боёв (возможно, состоящий из одного боя – товарищеская встреча);
* математическая игра (личная или командная);
* смешанная форма (соревнование, состоящее из нескольких этапов и включающее несколько различных форм проведения).

Участниками математических соревнований могут быть школьники, студенты, на командных соревнованиях участники объединяются в команды учебных заведений, городов (районов), регионов, стран. Организуют соревнования ВУЗы, учреждения дополнительного образования, школы, государственные или муниципальные органы управления образованием, научные учреждения, частные лица. Под уровнем (или престижностью) соревнования чаще всего понимают совокупность следующих трёх факторов: 1) сложность заданий, 2) состав участников (география и уровень подготовленности), 3) состав жюри. В этот список не входят такие факторы, как количество участников или наличие государственной поддержки. Иногда в качестве краткого обозначения уровня соревнования используют только сведения о географии участников («соревнование городского (областного, Российского, международного) уровня».

> *! Так, уровень подготовленности участников олимпиад, проводимых ВУЗами с целью предоставления победителям таких олимпиад льготных условий поступления, значительно уступает уровню подготовленности участников многих крупных Российских турниров математических боёв.*

В массовых соревнованиях (например, конкурс «Кенгуру» или школьный этап Всероссийской олимпиады) принимают участие миллионы школьников. А в соревнованиях для наиболее подготовленных школьников участвуют единицы. Соревнование можно считать успешным, если выполнены следующие три условия:

* массовость - в соревновании участвует значительное количество школьников (студентов, команд), умеющих решать задачи предложенного уровня сложности;
* правильный подбор задач – уровень сложности задач соответствует уровню подготовленности участников;

* квалифицированное судейство – уровень судейства не ниже, чем это необходимо для данного состава участников.

В ряде случаев, несмотря на льготы победителям соревнований, проводимых государственными органами управления образованием (финансовая поддержка, возможность поступления в ВУЗ на льготных условиях) их уровень для участников остаётся низким, и они предпочитают участвовать в других математических соревнованиях, проводимых в те же сроки, даже если для этого требуется внести солидный организационный взнос. Поэтому при поддержке государством тех или иных соревнований важно понимать их уровень, проводя консультации с ведущими педагогами, задействованными в олимпиадном движении.

Проведение математических соревнований стало бы невозможным без слаженной работы огромного количества людей, задействованных в олимпиадном движении: авторов задач и членов жюри; членов оргкомитетов; самих участников соревнований и их родителей; педагогов, занимающихся подготовкой участников; спонсоров; администраций учебных заведений и работников органов управления образованием.

§2. Центры олимпиадной подготовки

Подготовка школьников к олимпиадам может происходить разными способами. Важным элементом подготовки является самостоятельная работа ребят, решение ими задач в свободное время. Во многих школах проводятся кружки, факультативы, спецкурсы по математике, и эти школы чаще всего показывают высокие результаты на соревнованиях местного уровня. Так, высокие результаты по математике в течение ряда лет имеются у учащихся гимназии 2, школ 1, 8, 18, 32 (с 2008 года – лицей №32) города Вологды, школы 34 города Череповца, школы 1 города Сокола, гимназии и ряда школ Великого Устюга. Но для подготовки к соревнованиям Всероссийского и международного уровня усилий школы оказывается недостаточно.

Анализ результатов Всероссийских личных и командных соревнований по математике показывает, что самые высокие результаты показывают школьники из тех населенных пунктов России, в которых существуют учреждения дополнительного образования, занимающиеся подготовкой школьников к предметным олимпиадам. Центры олимпиадной подготовки могут быть государственными, муниципальными или частными, охватывать масштабы региона или населённого пункта, вести подготовку школьников по одному или нескольким предметам, являться самостоятельными организациями или существовать как кружки при университетах, научных центрах, дворцах детского творчества.

Широко известными в России центрами олимпиадной подготовки являются:
* Санкт-Петербургский центр математического образования,
* Центр развития дополнительного образования им. Бернулли (г. Краснодар),
* Центр дополнительного образования «Одарённый школьник» (г. Киров),
* Московский центр непрерывного математического образования,
* Республиканская естественно-математическая школа при Адыгейском государственном университете,
* Центр дополнительного математического образования (г. Курган),
* Центр образования школьников "Олимп" (г. Ярославль),
* Центр дополнительного образования одаренных школьников (г. Кострома).

Центром олимпиадной подготовки в Вологде является структурное подразделение «Интеллект» муниципального образовательного учреждения дополнительного образования детей «Детско-юношеского центра «Единство», расположенное по адресу город Вологда, улица Гагарина, дом 46.

Имеется несколько безусловных плюсов наличия центров олимпиадной подготовки, определяющих высокие результаты школьников.

1. Привлечение к работе всех школьников города (региона), желающих получать высокие результаты на математических соревнованиях, вне зависимости от того, в какой школе они учатся.

Центры олимпиадной подготовки, не являясь общеобразовательными школами, одинаково непредвзято взаимодействуют со всеми школами и со всеми школьниками города (региона). Благодаря своей нейтральной позиции они успешно организуют судейство в математических соревнованиях на уровне своего города (региона) и успешно занимаются отбором школьников в городские (региональные) команды для участия во Всероссийских соревнованиях.

2. Существование «вне школьного расписания», позволяющее одновременно проводить занятия для школьников разных возрастов, но с одинаковым уровнем подготовленности.

! В сборниках задач для математических кружков задачи часто сгруппированы не по классам, а по годам обучения. Вполне реальна ситуация, при которой 6-классник, занимаясь второй год, решает более сложные задачи по сравнению с 11-классником, занимающимся первый год. Дело в том, что олимпиадная математика имеет мало общего со школьной математикой и представляет собой такое же направление дополнительного образования, как занятия музыкой или рисованием.

3. Возможность проведения интенсивной (до 5-7 часов в день) работы со школьниками летом, когда в школах проводится ремонт.

! Многие математические соревнования длятся по 4-5 часов в день, и длительность занятий по подготовке должна быть не меньше. Иногда, ссылаясь на разного рода документы, делаются попытки ограничить длительность тренировок. Это приводит к резкому ухудшению результатов школьников, которые практически ничего не могут придумать за последние часы олимпиады. Есть очень простая аналогия: сокращать тренировки – всё равно, что легкоатлета, которого надо готовить к марафону, тренировать на стометровке.

§4. Система подготовки вологодских школьников

Календарь математических соревнований школьников Вологды.

Под календарём соревнований школьника (студента) понимают список соревнований, в которых может принимать участие данный школьник (студент) в течение учебного года. Календарь состоит из двух компонент: местной и Всероссийской. В первую компоненту входят (полностью, реже частично) соревнования, которые проводятся на уровне города (региона). Вторая компонента включает те соревнования Всероссийского или международного уровня, в которых традиционно принимают участие участники из данного города (региона).

Ввиду большого количества соревнований некоторые из них проводятся в одинаковые или перекрывающиеся сроки, и традиционно школьники (студенты) из данного города (региона) в некоторых из них принимают участие, а другие игнорируют. По этой причине имеет смысл говорить о календаре математических соревнований школьников (студентов), проживающих в данном городе (регионе).

Календарь математических соревнований школьников Вологды представлен в следующей таблице.

Местная компонента	
1. Городская накопительная олимпиада школьников по математике	в течение года
2. Городской турнир математических боёв	в течение года
3. Участие в товарищеских математических боях	в течение года
4. Математические кружки на базе школ и ДЮЦ «Единство»	в течение года

5. I Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	октябрь – ноябрь
6. Городской математический лагерь с дневным пребыванием на базе ДЮЦ «Единство» (подготовка к городской олимпиаде)	осенние каникулы
7. II Городской этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	ноябрь – декабрь
8. Городской математический лагерь с дневным пребыванием на базе ДЮЦ «Единство» (подготовка к областной олимпиаде)	декабрь
9. III Областной этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	начало января
10. Городской математический лагерь с дневным пребыванием на базе ДЮЦ «Единство» (отбор городских команд на Южный математический турнир и Российский Фестиваль Юных математиков)	июнь – июль
11. Городской слёт старшеклассников «Интеллект» на базе загородного лагеря «Единство» (отбор городских команд на Южный математический турнир и Российский Фестиваль Юных математиков)	август
Всероссийская компонента	
1. Южный математический турнир	сентябрь
2. Российский Фестиваль Юных математиков	1-я половина октября
3. Осенний тур турнира городов	2-я половина октября
4. Математический тест готовности к продолжению образования «Кенгуру выпускникам»	январь-февраль
5. Весенний тур турнира городов	конец февраля - начало марта
6. Международный математический конкурс-игра «Кенгуру»	середина марта
7. IV Федеральный окружной этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	конец марта
8. V Заключительный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике	середина апреля
9. Российский математический фестиваль «Золотое Руно»	конец мая – начало июня
10. Краснодарская летняя математическая школа	конец июня – начало июля
11. Санкт-Петербургская летняя математическая школа	август

Схема подготовки: основные мероприятия

Все мероприятия по подготовке школьников к соревнованиям по их направленности (цели) можно разделить на три большие группы.

1. Мероприятия первой группы направлены на передачу школьникам объема знаний, необходимого для успешного участия в соревнованиях. Это кружки (которые проводятся 1-2 раза в неделю по 2 часа в течение учебного года с сентября по май), математические лагеря (в осенние, зимние, летние каникулы длительностью от 1 до 3 недель), сессии с участием преподавателей из математических центров других регионов (длительностью около недели), тренировки команд и школьников перед соревнованиями (длительностью 1-2 недели перед каждым соревнованием). Мероприятия первой группы можно разделить на еженедельные (кружки) и сессионные (лагеря, сессии, тренировки). Более подробно о сессионной работе см. далее.

2. Мероприятия второй группы проводятся с целью приобретения опыта участия в соревнованиях. Это соревнования местного уровня (накопительные олимпиады, городской турнир математических боёв и т.п.), товарищеские соревнования (поездки школьников в другие города Вологодской области и Северо-Запада, товарищеские математические бои со студентами и преподавателями – выпускниками центра), математические турниры Всероссийского уровня (часто школьники ездят туда не с целью получения высоких результатов, а для тренировки).

3. Мероприятия третьей группы необходимы для отбора наиболее подготовленных школьников для последующего участия в соревнованиях или для последующего обучения в летних математических школах, в которых ограничено количество мест. Отбор осуществляется в городские команды на турниры Всероссийского уровня и на товарищеские соревнования (количество отобранных школьников зависит от регламента турнира и от финансовых возможностей центра), в городские математические лагеря (в пределах установленного количества мест) и в летние школы за пределами региона.

Есть три способа начать заниматься в «Единстве». Большая часть школьников попадает в сферу интересов «Единство», поступив в сентябре на кружок. Ещё один способ попасть к нам – показать высокие результаты на одной из олимпиад (например, на городской). Некоторые школьники проходят отбор и оказываются в одном из математических лагерей. Личные данные школьников (телефоны, адреса и т.п.) попадают в нашу базу, и с этого момента начинается их подготовка к математическим соревнованиям.

Основные мероприятия изображены на схеме. Начиная заниматься на кружках или выступая на соревнованиях местного уровня, многие школьники затем поступают в математические лагеря и получают дипломы на городской и областной олимпиадах. Некоторые из них участвуют в отборе на различные Всероссийские турниры. Цикл на схеме занимает по времени учебный год, и после Всероссийских турниров (сентябрь – начало октября) школьники вновь поступают на математические кружки, участвуют в массовых городских соревнованиях.

Большая часть школьников, занимающихся не менее 2 лет, рано или поздно включается в городские команды для участия во Всероссийских турнирах.

Отбор городских команд на соревнования

ДЮЦ «Единство» в зависимости от финансовых возможностей формирует команды школьников на следующие соревнования (Всероссийские или международные по составу участников):

* Российский Фестиваль Юных математиков (турнир математических боёв для 9-11 классов)
* Южный математический турнир (турнир математических боёв и командная олимпиада для 6-8 и 9-11 классов)
* Математический фестиваль «Золотое Руно» (личная олимпиада для 6-8 классов)

и на некоторые другие турниры.

Система отбора на такие соревнования включает в себя:

* составление базы данных школьников, показавших высокие результаты на математических соревнованиях в течение последних нескольких лет (до 700 школьников)
* рассылка школьникам, попавшим в базу, приглашений на отбор для поступления в математический лагерь с дневным пребыванием
* проведение отбора в форме письменной работы в апреле (до 200 школьников)
* зачисление в математический лагерь с дневным пребыванием в июне – июле (до 85 школьников)
* зачисление школьников, показавших высокие результаты в лагере, на слёт «Интеллект» (до 40 школьников)
* приглашение лучших участников слёта на отбор в команды в начале сентября

В некоторые годы система отбора изменяется (в сторону упрощения). Вместо участия в городских математических лагерях в летний период ряд школьников направляется в летние математические школы Санкт-Петербурга и Краснодара, широко известные в России и за рубежом.

Сессионная работа

Вместе с еженедельными кружками во многих центрах олимпиадной подготовки проводится сессионная работа: школьники занимаются подготовкой к соревнованиям по 5-7 часов в день. У некоторых ребят такие сессии занимают до 10 недель в год (летние математические школы – каждая длительностью 3 недели, подготовки к различным соревнованиям – каждая длительностью до недели, занятия с участием ведущих преподавателей центров олимпиадной подготовки из других регионов и др.). В результате, примерно равные по длительности, 3 компонента математического образования по важности для выступления на соревнованиях могут быть расположены так:

* на 1 месте – углубленные занятия (“сессии”)
* на 2 месте – занятия в центрах олимпиадной подготовки 1-2 раза в неделю в течение года
* на 3 месте – школьная математика

Т. е. всего часов занятий математикой за год получается примерно втрое больше, чем в обычного школьника. Делая ставку на лето, а в течение учебного года на кратковременные интенсивные сессии с освобождением школьников от уроков, педагоги центров олимпиадной подготовки дают возможность детям во время занятий не думать ни о чем другом, кроме изучаемого материала (обычное состояние школьника в учебный день: приходит к нам после уроков, час дорога к нам, два часа кружок, час обратно, дома не написано домашнее сочинение и не выучен текст по иностранному языку и т.п.) В результате дополнительное образование гораздо более эффективно по сравнению с подготовкой школьников на факультативах в школах, где такая подготовка включена в расписание и где школьники должны думать постоянно об уроках.

Результаты олимпиад подтверждают наш тезис: школьники, занимающиеся в центрах олимпиадной подготовки, а также в организуемых ими летних математических школах, традиционно получают все (за редкими исключениями) дипломы 1 и 2 степени и большинство дипломов 3 степени на заключительном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике.

При построении индивидуальных образовательных траекторий учащихся в центрах олимпиадной подготовки важно сочетать сессионную и еженедельную работу. Дело в том, что многие идеи не могут быть рассказаны в течение кратковременных интенсивных сессий, так как требуют значительной домашней работы.

Рейтинговая система

Математические лагеря осенью и зимой проводятся с целью подготовки школьников к городской и областной олимпиадам по математике. Летом кроме подготовки в лагерях проводится также рейтинговый отбор школьников для участия в летних и осенних Всероссийских соревнованиях. Результаты работы школьников оформляются в виде рейтинга – числовой таблицы, содержащей в краткой форме основные достижения учащихся и позволяющей их сравнивать. Именно рейтинг является критерием приглашения школьников на последующие этапы отбора городских команд.

Рейтинг школьника в математическом лагере в любой момент - это неотрицательное число. Он характеризует степень успешности его занятий математикой. Рейтинг изменяется после каждого мероприятия по математике (занятие по решению серий задач, зачёт, математический бой, олимпиада, различные игровые мероприятия по математике и

др.). Начальный рейтинг (присваиваемый каждому школьнику перед началом лагеря) зависит от следующих факторов: возраст, успехи в соревнованиях по профилю за последний год и за предыдущие годы, успехи в математических лагерях прошлых лет, результаты вступительной работы (отбора)и др. Итоговый рейтинг равен сумме начального рейтинга и рейтингов за все математические мероприятия, проведённые в лагере.

Правила начисления рейтинга за некоторые мероприятия довольно сложны. Проще всего начисляется рейтинг за олимпиаду или зачёт – он равен количеству набранных баллов, деленному на заранее известный коэффициент. Раз в несколько дней вывешивается список всех школьников с указанием, в какой отрезок попадает рейтинг каждого из них. Например, от 0 до 5 баллов - Петров, Иванова, ..., от 5 до 10 баллов - Сидоров, ... и т. д. В последний день лагеря все школьники получают распечатки рейтинга по номинациям (за работу на уроках, за зачёты и т. д. – от 5 до 7 номинаций), итогового рейтинга, рейтинга среди своей параллели, а также приглашения на следующий этап отбора.

§5. Работа тренера по подготовке к соревнованиям

Работа тренера по подготовке к соревнованиям – процесс сложный и с трудом поддающийся формализации. Необходимо учитывать огромное количество факторов. Далее мы расскажем о нескольких направлениях подготовки к соревнованиям, предложим свои советы тренеру и школьникам.

! Примером полезной для участников информации, выданной тренером, может служить информация о числе - годе проведения соревнования (его разложение на простые множители и т.п.)

Работа по математическому содержанию

1. Необходимо рассмотреть со школьниками как можно больше идей решения олимпиадных задач, доступных в их возрасте.
2. Имеет смысл прорешивание и разбор задач с тех же соревнований предыдущих лет.
3. Иногда полезно рассмотрение материала из школьных учебников на год вперёд.
4. Для приобретения опыта полезно предлагать участникам прорешивать как можно больше задач самостоятельно с последующим разбором.

Организационная работа

1. Необходимо убедиться в том, что все участники соревнований знают о том, какие документы нужны для участия (медицинские справки, справки из школ, паспорта и т.п.) и имеют документы на руках. Также необходимо убедиться в том, что они знают, куда и когда надо подходить. Тренер обязан рассказать участникам и о правилах соревнований.

! Один из участников городской олимпиады по информатике был дисквалифицирован, потому что не знал, что запрещено указывать свою фамилию в тексте компьютерной программы.

2. Тренер обязан проверить, что участники собрали письменные принадлежности, литературу, калькуляторы, часы и т.п. – всё, что необходимо перед соревнованием, а также выполнили тренерское задание – прочитали материалы по математике, решили задачи.
3. Необходимо убедиться в соблюдении режима дня (вовремя легли спать перед олимпиадой) и правильного питания (что взяли с собой в дорогу). Всегда перед многодневными соревнованиями день перед первым туром должен быть свободен от математики – в этот день никакой подготовки!
4. В поездках утром тренер проводит ежедневную планёрку, на которой присутствуют все участники. Ставится задача на день, объясняются нюансы участия в данном соревнова-

нии, тренер рассказывает об особенностях данного дня соревнований, сильных и слабых сторонах соперников.
5. И, конечно, важной составляющей организационной работы является добывание и проверка различных бухгалтерских документов, приказов и т.п. для обеспечения финансирования (а в ряде случаев – и поиск спонсоров).

Процесс формирования команды на командные соревнования

1. Школьники, которые поедут на соревнования, должны знать заранее, по каким принципам они отбираются, в какие сроки можно пройти те или иные этапы отбора. Нельзя отбирать по успехам в школе, а также по другим критериям, не относящимся к выступлению на соревнованиях. Итоги отбора доводятся до всех участников.
2. После того, как состав известен, команда совместно тренируется несколько дней. Отрабатываются как различные идеи решения задач, так и способы взаимодействия в команде. Тренировки проводятся по всем видам математических соревнований, представленным на турнире.
3. В команде выбираются капитан и заместитель капитана. На выбор влияют как результаты отборов и тренировок, так и мнения самих участников. Также выбираются персонально ответственные за следующие участки работы:
* распределение задач в начале этапа решения
* конкурс капитанов (на математическом бое)
* оформление задач (на командной олимпиаде)
* ведение таблицы (кто какую задачу решил, кому рассказал, кто будет отвечать и т.п.)
4. В процессе тренировок выстраивается схема проверки решений (кто у кого проверяет и в каком случае задача считается точно решённой). Команда учится определять на математическим бое сложность задач, порядок вызовов на них, назначать докладчиков и оппонентов.

> *! Порядок вызовов – очень важный элемент стратегии на математическом бое. Так, во время математического боя Вологда – Барнаул (XVIII Российский Фестиваль Юных математиков, октябрь 2007 года) сборная Вологды решила 6 задач из 10, а сборная Барнаула на 2 задачи больше (в том числе все шесть, решённых Вологдой). Тем не менее счёт 52:40 в пользу вологодской команды. Аналогичные результаты неоднократно достигались как за счёт верного порядка вызовов, так и за счёт более качественной проверки решений.*

5. Кроме распределения участков работы, команда распределяет темы. Заранее решается, кто будет решать геометрию, теорию чисел, алгебру, дискретную математику. Возможно назначение специалистов по очень трудным задачам (если в команде есть лидеры). За час или полчаса до конца этапа решения тактика меняется: команда должна выбрать несколько наиболее перспективных задач и заниматься только ими. Во время математического боя команда распределяет силы так: двое занимаются текущей задачей (докладчик или оппонент и участник, решающий, следует ли брать минуту), а остальные продолжают решать.

§6. Советы участникам соревнований

Что делать, если задача не решается

1. Помогают следующие соображения:
* попытайся понять, какой в задаче ответ
* попытайся понять, какие идеи, формулы, теоремы могут использоваться в решении, на что задача
* рассмотри лёгкие частные случаи или аналогичные задачи (меньшие числа, числа той же чётности, вместо чисел буквы и т.п. по смыслу задачи)

* попытайся, доказывая какое-либо утверждение, рассуждать от противного
2. Если в задаче требуется доказать или опровергнуть какое-нибудь утверждение, и она не получилась быстро, не зацикливайся на своём ответе. Измени точку зрения, ответ может быть противоположным. Попытайся попеременно доказывать и опровергать утверждение.
3. Если значительное время в задаче нет продвижений, переключись на другую задачу. Иногда, возвращаясь к более простой задаче, находят решение, которое не могли найти сразу.

Стратегия распределения времени на личной письменной олимпиаде

1. Прочитай все задачи, к геометрическим задачам сделай рисунки, к другим - схемы и т.п. (если по смыслу есть какие-нибудь наглядные представления). Надо попытаться решать каждую из задач.
2. Выбери наиболее перспективную задачу. Чаще всего первая самая простая, последняя самая сложная.
3. Решив задачу, сразу оформи её. При оформлении может быть понятно, что ещё не додумано.
4. Обязательно проверь решение. Можно упустить какие-нибудь простые частные случаи, в которых ответ отличается, или деление на 0, и т.п. Обычно не дают очень простых задач, и если задача выглядит совсем просто, в ней может быть ловушка.
5. Полностью освободив мысли от решённой задачи, переходи к следующей.
6. Не уходи с олимпиады до конца времени, отведенного на решение. Иногда достаточно несколько минут отдохнуть и собраться с мыслями, чтобы пришли свежие идеи.
7. За полчаса до конца тура начинай записывать все соображения по задачам, решённым частично. Иногда 1-2 балла, полученные за часть решения, дадут в итоге более высокое место.
8. Если не успеваешь переписать, сделай пометку об этом и о том, что дальше решение см. в черновике (если это допускается правилами олимпиады).
9. Если осталось время, прочитай работу глазами проверяющих – смогут ли они разобраться?

Что делать, чтобы не потерять баллы на личной письменной олимпиаде

1. Подставь ответ в условие (если это возможно по смыслу). Если ответ не подходит, найди ошибку. Помогает метод половинного деления: подставь неверный ответ в середину выкладок, и если он подходит, ошибка выше (в середине уже неверно), а если не подходит – ниже. Ту половину выкладок, в которой ошибка, раздели пополам. Подставь ответ в середину. И т. д. Найди строчку с ошибкой.
2. Если, на твой взгляд, условие задачи можно понять разными способами, то не выбирай наиболее удобный для себя. Задай вопрос организаторам олимпиады.
3. Чаще всего утверждения, не являющиеся школьной программой, надо доказывать (если они не настолько очевидны, что доказываются в одну строчку). Если не понятно, надо ли доказывать, скорее всего надо, но лучше задать вопрос организаторам олимпиады.
4. Если в задаче спрашивается
* какой ответ - кроме ответа пиши доказательство, почему он такой
* можно ли что-либо сделать и ответ нельзя - рассмотрение частных случаев, даже всех, не засчитывается, кроме этого необходимо доказательство, почему других случаев нет
* каким может быть та или иная величина - нужны 1) список ответов 2) примеры для каждого ответа 3) проверка, что они подходят 4) доказательство отсутствия других ответов
* какое наибольшее (наименьшее) значение величины - нужны 1) ответ 2) пример 3) проверка примера, что он удовлетворяет условию 4) доказательство невозможности большего (меньшего) значения

5. Каждый шаг решения необходимо формулировать, даже если он кажется очевидным. Удобно записывать решение в виде нескольких утверждений (лемм).

Советы по подготовке школьников к апелляции по результатам личных письменных олимпиад

1. Прочитай внимательно решения жюри (если есть возможность) или узнай решения (у руководителя команды, других участников, …)
2. Отнеси каждую задачу к одной из следующих категорий:
* задача отсутствует в твоей работе (1)
* задача написана, но решение не совпадает с решением жюри (решена не полностью или другим способом) (2)
* задача решена тем же способом, что и у жюри (3)
3. Все задачи категории (2) оформи письменно (так, как на олимпиаде – по возможности дословно) и покажи руководителю команды.
4. Узнай у руководителя команды, сколько баллов по каждой задаче должны поставить за такие решения.
5. Если по какой-то задаче поставлено баллов меньше, чем ожидалось, апеллируй по ней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.О.Шклярский, Н.Н.Ченцов, И.М.Яглом. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. М.:Физматлит, 2001. 480 стр.
2. В.А.Колосов. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики. М.: Гелиос АРВ, 2001. 256 стр.
3. Олимпиады. Алгебра. Комбинаторика. Новосибирск, 1979. 176 стр.
4. В.В.Прасолов. Многочлены. М.:МЦНМО, 2003. 336 стр.
5. В.В. Прасолов. Задачи по планиметрии. М.: 2002.
6. И.М.Мительман. Раскрасим клетчатую доску. Ижевск, 2002. 56 стр.
7. М.А.Екимова, Г.П.Кукин. Задачи на разрезание. М.:МЦНМО, 2002. 120 стр.
8. Ф.Харари. Теория графов. М., 2003. 296 стр.
9. О.Оре. Теория графов. М.:Наука, 1980. 336 стр.
10. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике. СПб.:Невский диалект, 2002. 192 стр.
11. Заочные математические олимпиады. М.:Наука, 1981. 128 стр.
12. Физико-математические олимпиады. М.:Знание, 1977. 160 стр.
13. Школьные математические олимпиады. М.: ДРОФА, 2002. 128 стр.
14. А.Я.Канель-Белов, А.К.Ковальджи, Н.Б.Васильев. Подготовительные задачи к LVII Московской математической олимпиаде1994 года для 8-11 классов. М., 1994. 76 стр.
15. А.Я.Канель-Белов, А.К.Ковальджи. Как решают нестандартные задачи. М.:МЦНМО, 2001. 96 стр.
16. А.С.Мерзляков. Четность и аналоги четности. Ижевск, 2002. 51 стр.
17. С.А.Генкин, И.В.Итенберг, Д.В.Фомин. Ленинградские математические кружки. Киров: АСА, 1994. 272 стр.
18. Батуров Д.П., Ноздрин А.И. Как научиться решать задачи по математике. Орел, 2002. 48 стр.
19. А.В.Спивак. Тысяча и одна задача по математике. М.:Просвещение, 2002. 207 стр.
20. А.С.Мерзляков. Математика. Факультативный курс. Ижевск, 2002. 318 стр.
21. Е.Г.Козлова. Сказки и подсказки. М.:МИРОС, 1994. 128 стр.

Детско-юношеский центр "ЕДИНСТВО"

А.И.Смирнов

ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Сборник математических задач

Автор – *А.И.Смирнов* **–** педагог дополнительного образования МОУ ДОД ДЮЦ «Единство»

Рецензенты:
Губа В.С., доктор физико-математических наук, профессор ВГПУ.
Блинова А.С., методист ГОУ ДПО «Вологодский институт развития образования»

Редактор: Карпунина В.А., заведующая методическим отделом МОУ ДОД ДЮЦ «Единство»

Настоящий сборник содержит 1009 задач математических олимпиад. Сборник предназначен для школьников, педагогов дополнительного образования, учителей занимающихся олимпиадной подготовкой. В материалах пособия собран и обобщен материал из опыта подготовки старшеклассников к олимпиадам в МОУ ДОД ДЮЦ «Единство».

Содержание

Введение 1
Глава 2. Задачи 4
§1. Классификация олимпиадных задач 4
§2. Идеи универсального характера 7
2.1. Чётность 13
2.2. Подсчёт двумя способами 15
2.3. Сумма координат 19
2.4. Раскраска 20
2.5. Инварианты, связанные с делимостью . . 24
2.6. Другие инварианты 28
2.7. Полуинвариант 31
2.8. Цикличность 33
2.9. Поэтапное построение примера . . . 34
2.10. Обратный ход 35
2.11. Дискретная непрерывность 35
2.12. Математическая индукция 37
2.13. Принцип Дирихле 39
2.14. Принцип крайнего 45
2.15. Линейность 48
2.16. Соответствие 48

§3. Дискретная математика 48
3.1. Комбинаторика 48
3.2. Игры 56
3.3. Графы 72
3.4. Алгоритмы 88
3.5. Множества 93
3.6. Логические задачи 98
Литература 101

ГЛАВА 2. ЗАДАЧИ

§1. Классификация олимпиадных задач.

Способы классификации задач.

Олимпиадные задачи – это тип задач, занимающих промежуточное положение между школьными задачами и научными проблемами. Основное требование к олимпиадным задачам: главной трудностью для участников должен быть поиск идей решения, а не оформление. Это необходимо учитывать при составлении задач ввиду наличия у участников олимпиады ограничения по времени её написания.

Наиболее часто встречаются классификации олимпиадных математических задач, использующие в качестве основания для классификации один из следующих двух принципов.

1. Круг идей, используемых при решении задачи.

Пример классификации по идеям. 1. Обратный ход. 2. Четность. 3. Принцип Дирихле. И т. д.

2. Раздел математики («тема»), к которому можно отнести задачу по внешним признакам.

Пример классификации по разделам. 1. Алгебра и анализ. 2. Геометрия. 3. Теория чисел. И т. д.

В каждой классификации элементы первого порядка (группы идей и разделы математики) подразделяются на элементы второго порядка (идеи и темы соответственно).

! Например, группа идей «принцип Дирихле» включает в себя следующие идеи:

** k+1 кролик в k клетках (дискретная форма принципа Дирихле)*

** kn+1 кролик в k клетках (обобщённая дискретная форма принципа Дирихле)*

** k кроликов съели kn килограммов травы (непрерывная форма принципа Дирихле)*

Раздел «Алгебра» включает в себя следующие темы: неравенства, многочлены, свойства функций и функциональные уравнения, последовательности и ряд других тем.

Плюсы и минусы разных подходов.

1. Классификация по идеям. Очень удобна при изучении материала («одна идея – одно занятие»). Главная проблема: всего идей очень много (миллионы). Если перечислены не все идеи, то получается выборка, знание которой не гарантирует успешное выступление на соревновании. Выписывание значительной части идей вряд ли когда-либо может быть сделано (тем более практическая ценность такого труда невелика, так как его никто не прочитает полностью).

2. Классификация по разделам. Включает в себя уж точно всю математику: и олимпиадную, и остальную. Поэтому содержит много лишнего: самые «обычные», «школьные» темы. Главная проблема – отбор задач: их настолько много, что непонятно, какие задачи

считать менее красивыми или менее полезными для изучения. И, наконец, невелика польза для читателя, так как идеи решения не выделены и идут вразбивку.
3. Нам представляется разумным за основу взять классификацию по темам, иногда от неё отступая. В каждой теме мы будем выделять основные идеи. Идеи универсального характера, применяемые в нескольких разделах математики, будут вынесены в отдельный параграф.
В приведённой далее классификации темы показаны с разной степенью подробности. Ввиду ограниченного объёма книги лишь некоторые из них будут рассмотрены подробно.

Классификация олимпиадных математических задач.

1. ИДЕИ УНИВЕРСАЛЬНОГО ХАРАКТЕРА
    - 1.1. Идеи, связанные с инвариантами
        - 1.1.1. Четность
        - 1.1.2. Подсчёт двумя способами
        - 1.1.3. Сумма координат
        - 1.1.4. Раскраска
        - 1.1.5. Инварианты, связанные с делимостью
        - 1.1.6. Другие инварианты
    - 1.2. Идеи, связанные с процессами
        - 1.2.1. Полуинвариант
        - 1.2.2. Цикличность
        - 1.2.3. Поэтапное построение примера
        - 1.2.4. Обратный ход
        - 1.2.5. Дискретная непрерывность
    - 1.3. Другие универсальные идеи
        - 1.3.1. Математическая индукция
        - 1.3.2. Принцип Дирихле
        - 1.3.3. Принцип крайнего
        - 1.3.4. Линейность
        - 1.3.5. Соответствие
2. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА
    - 2.1. Множества
    - 2.2. Комбинаторика
    - 2.3. Графы
    - 2.4. Игры
        - 2.4.1. Чётность числа ходов постоянна (игры-шутки)
        - 2.4.2. Симметрия, разбиение на пары, стратегия дополнения
        - 2.4.3. Выигрышные и проигрышные позиции, функция Гранди
        - 2.4.4. Идея многих заготовок
        - 2.4.5. Возможность воспользоваться стратегией другого игрока
        - 2.4.6. Игры в реальном времени
        - 2.4.7. Другие идеи
    - 2.5. Логические задачи
    - 2.6. Алгоритмы
3. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ
    - 3.1. Элементарная теория делимости целых чисел
    - 3.2. Сравнения и связанные с ними вопросы
    - 3.3. Решение уравнений в целых, натуральных, простых, рациональных числах
        - 3.3.1. Перебор по остаткам
        - 3.3.2. Разложение на множители
        - 3.3.3. Представление в виде суммы квадратов

3.3.4. Метод спуска
3.3.5. Некоторые классы уравнений, алгоритмы решения которых известны
3.4. Разные вопросы
3.4.1. Совершенные числа
3.4.2. Алгоритмы представления положительных рациональных чисел в виде суммы различных дробей с числителями, равными 1
3.4.3. Свойства чисел Фибоначчи, связанные с делимостью
3.4.4. Количество и сумма делителей
3.4.5. Степень, в которой простое число входит в n! и другие вопросы, связанные с факториалами и целыми частями
3.4.6. Последовательности Фарея, дерево Штерна-Броко
3.4.7. Китайская теорема об остатках
3.5. Рациональные и иррациональные числа.
3.6. Подсчёт точек с целыми координатами, асимптотика.
4. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
4.1. Многочлены
4.2. Неравенства
4.2.1. Числовые неравенства
4.2.2. Оценка сумм и произведений
4.2.3. Представление в виде суммы квадратов
4.2.4. Неравенства о средних
4.2.5. Неравенство Мюрхеда и теория мажоризации
4.2.6. Неравенство Йенсена
4.2.7. Неравенство Коши-Буняковского
4.2.8. Другие известные неравенства
4.2.9. Различные задачи на пример + оценку
4.3. Тригонометрия
4.4. Свойства функций и функциональные уравнения
4.5. Последовательности
4.6. Методы решения уравнений, их систем (в том числе содержащих параметры)
4.7. Решение текстовых задач с использованием методов математического анализа
5. ГЕОМЕТРИЯ
5.1. Классические планиметрические задачи
5.2. Стереометрические задачи на доказательство
5.3. Вычислительные задачи
5.4. Комбинаторная геометрия
5.4.1. Выпуклые многоугольники
5.4.2. Целочисленные решётки
5.4.3. Равносоставленность
5.4.4. Системы точек, отрезков и окружностей
5.5. Конструирование (задачи для учащихся 5-6 классов)

§2. Идеи универсального характера

Описание идей.

1. Четность. Часто некоторая величина должна быть всегда четной (или нечетной). Из этого сразу следует, что ситуации, в которых эта величина имеет другую четность, невозможны. Четность часто выступает в роли инварианта.
2. Подсчет двумя способами. Некоторую величину оценивают (или подсчитывают) двумя способами и результаты сравнивают. При этом получается уравнение или неравенство, которое бывает ключом к решению. Эта идея тесно связана с идеей инварианта. Она бы-

вает источником противоречия (рассуждение от противного). Бывает полезна при использовании принципа Дирихле.

3. **Сумма координат.** Рассмотрение суммы всех координат всех объектов, часто в непривычной обстановке (например, координаты – номера строк и столбцов шахматной доски). Подсчёт этой суммы двумя способами приводит к уравнению, неравенству или противоречию. Отметим, что многие раскраски можно описать в терминах координат клеток.

4. Раскраска. Сопоставление каждому элементу некоторого цвета. Отметим, что раскраску можно рассматривать как разбиение. Часто раскрашивают клетки, а число одноцветных клеток выполняет роль инварианта. Раскраска может дать разметку, сделать ситуацию обозримой.

5. Инвариант. Величина, которая не изменяется в результате некоторых операций (например, разрезание и.перестановка частей фигур не меняет суммарной площади). Если инвариант различает два положения, то от одного нельзя перейти к другому. В качестве инварианта может использоваться четность или раскраска. В задачах про сумму цифр используются остатки по модулю 3 или 9.

6. Полуинвариант. Величина, изменяющаяся только в одну сторону и принимающая конечное число значений. Используется при доказательствах остановки процессов.

7. Цикличность. Если нечто может находиться только в конечном числе состояний и состояние в данный момент времени однозначно определяет состояние в следующий момент времени, то, начиная с некоторого момента, состояния начнут периодически повторяться. Если же число состояний конечно, и каждое состояние однозначно определяет как последующее, так и предыдущее, то в последовательности состояний предпериод отсутствует. Иногда полезно обозначать состояния точками, а переход – стрелками.

8. Поэтапное конструирование. Это задачи на построение примера или контрпримера. Построение нужного объекта часто бывает поэтапным (с помощью некоторого процесса).

9. Обратный ход. Если в задаче указан некоторый процесс, и его можно провести в обратном порядке, то нередко это дает ключ к решению. (Например, можно ли вынести диван из комнаты? Можно, поскольку его туда как-то внесли.)

10. Дискретная непрерывность. Если величина изменяется на 1 и принимает два целых значения, то она принимает и все промежуточные значения.

11. Математическая индукция. Метод доказательства бесконечной последовательности утверждений. Первое утверждение обычно легко проверить (оно называется базой индукции). Затем доказывается индуктивный переход (или шаг индукции): Допустим, что мы уже доказали утверждение с номером n, тогда мы можем доказать следующее, (n+1)-ое утверждение. Если доказана база индукции и доказан индуктивный переход, то все утверждения верны (это аксиома или принцип математической индукции). Иногда шаг индукции выглядит так: Допустим, мы уже доказали все утверждения с номерами от 1 до n, тогда мы можем доказать (n+1)-ое утверждение. Иногда применяют индуктивный спуск: Если утверждение с номером n>1 всегда можно свести к одному или нескольким утверждениям с меньшими номерами, и первое утверждение верно, то все утверждения верны.

12. Принцип Дирихле. Соотношение между двумя множествами, которое можно выразить так: "Если n кроликов сидят в k ящиках, то найдется ящик, в котором сидят не меньше, чем n/k кроликов, и найдется ящик, в котором сидят не больше, чем n/k кроликов." Принцип Дирихле бывает непрерывным: Если n кроликов съели k кг травы, то какой-то кролик съел не меньше n/k кг и какой-то съел не больше n/k кг (а если кто-то съел больше среднего, то кто-то съел меньше среднего). Отметим, что несмотря на кажущуюся очевидность этого принципа, задачи, его использующие, не всегда легкие, - очень трудно бывает выделить объекты именуемые "ящиками" и "кроликами".

13. Правило крайнего. Особые, крайние объекты часто служат "краеугольным камнем" решения. Так, например, рассматривают наибольшее число, ближайшую точку, угол многоугольника, вырожденную окружность, предельный случай. Поэтому полезно сразу рассматривать особые, крайние объекты. В задачах на спуск принцип крайнего работает как

метод минимального контрпримера; допустим, утверждение задачи неверно. Тогда существует минимальный в подходящем смысле контрпример. И если окажется, что его можно еще уменьшить, то получится искомое противоречие. Используется при решении уравнений в целых числах (метод спуска).

14. Линейность. Линейная функция имеет максимум и минимум только на границе. Если она принимает равные значения в нескольких точках общего положения, то является константой. Линейная комбинация дает представление общего случая в виде суммы элементарных и позволяет осуществить редукцию к более простому случаю.

15. Идея соответствия. Объект может стать более естественным, если он снабжен парой. Например, вместе с иррациональностью $x+y\sqrt{n}$ рассматривают сопряженную иррациональность $x-y\sqrt{n}$. Такое соответствие может давать симметрия. Соответствие может обеспечивать ответный ход в играх, сравнивать количества и доказывать четность. Нужное противоречие может обеспечивается рассогласованием при соответствии, когда осуществляется подсчет двумя способами. См. подсчет двумя способами, игры.

2.1. ЧЁТНОСТЬ.

Четность суммы и произведения нескольких чисел.

Определения. Целое число называется чётным, если оно делится на 2 без остатка. Целое число называется нечётным, если оно при делении на 2 даёт остаток 1. Два целых числа имеют одинаковую чётность, если они оба чётны или оба нечётны, и разную чётность, если одно из них чётно, а другое нечётно.

Свойства. 1. Чётное число оканчивается на 0, 2, 4, 6 или 8, нечётное – на 1, 3, 5, 7 или 9.

2. Чётное число можно записать в виде $2k$, а нечётное число – в виде $2k+1$, где k – целое число.

3. Сумма/разность двух чисел одинаковой чётности чётна, а сумма/разность двух чисел разной чётности нечётна.

4. Сумма нескольких целых чисел чётна/нечётна, если количество нечётных слагаемых в ней чётно/нечётно.

5. Произведение нескольких целых чисел чётно, если хотя бы один из множителей чётный, и нечётно, если все множители нечётны.

Задача 1. Из чисел 2, 3, 4, 5, 7 какие-то три перемножили и получили 105. Какие числа перемножили?

Задача 2. Сколькими нулями оканчивается произведение $1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot99$?

Задача 3. Сумма 2008 натуральных чисел – нечётное число. Каким числом – чётным или нечётным – является произведение этих чисел?

Задача 4. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите, что их сумма не равна 0.

Задача 5. A, B – целые числа. Докажите, что

а) число $2A+B$ имеет ту же чётность, что и число B;

б) числа $A+2B$ и $5A - 4B+1$ имеют разную чётность;

в) число $A(A+1)-10$ чётно при любом целом A;

Задача 6. Докажите, что уравнение $1/a+1/b+1/c+1/d+1/e+1/f=1$ не имеет решений в нечётных натуральных числах.

Задача 7. Можно ли разменять 25 рублей при помощи десяти купюр